VI NODAĻA

Studiju materiāls ir izveidots atbilstoši Latvijas Lauksaimniecības universitātes studiju prasībām fizikā, izmantojot grāmatu: **R. Grabovskis. Fizika. Zvaigzne, R.: 1983, 645 lpp.** Studiju materiālā teksti ir saglabāti tādi paši kā R. Grabovska izdotajā grāmatā.

SVĀRSTĪBAS UN VIĻŅI

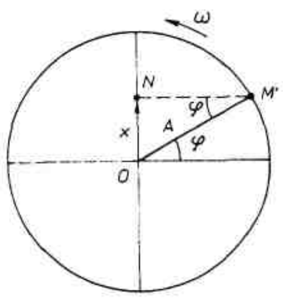
27. §. HARMONISKA SVĀRSTĪBA UN TO RAKSTUROJOŠIE LIELUMI

Par svārstībām sauc tādu kustību, kurā sistēma, daudzkārt izvirzīdamās no sava līdzsvara stāvokļa, katru reizi atkal atgriežas šajā stāvoklī.

Ja šī atgriešanās notiek pēc vienādiem laika intervāliem, tad svārstības sauc par *periodiskām.* Uzskatāms svārstību piemērs ir pulksteņa svārsta kustība.

Svārstības ārkārtīgi plaši sastopamas dabā un tehnikā. Izstieptas stīgas vibrācija, dīzeļa virzuļa un pļaujmašīnas nažu kustība, gaisa diennakts un gada temperatūras izmaiņas, jūras paisums un bēgums, ūdens virsmas viļņošanas, sirdspuksti, elpošana, cieta ķermeņa kristālrežģa jonu termiskā kustība, maiņstrāva un tās elektromagnētiskais lauks, elektronu kustība atomā - galu galā tās visas ir svārstības.

Lai gan svārstību procesi kā pēc fizikālās dabas, tā pēc sarežģītības pakāpes ir ļoti dažādi, visas svārstības notiek saskaņā ar dažām vispārīgām likumībām, un tās var reducēt uz visvienkāršāko periodisko svārstību t. s. *harmonisko* svārstību kopumu. Šajā nodaļā aplūkosim tieši harmoniskas svārstības.



45. att.

Ar harmonisko svārstību galvenajām likumsakarībām un raksturīgajiem lielumiem vislabāk iepazīties, aplūkojot materiāla punkta vienmērīgu kustību pa riņķa līniju. Pieņemsim, ka materiālais punkts *M* kustas pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam pa riņķa līniju, kuras rādiuss *A,* ar konstantu leņķisko ātrumu ω (45. att.). Tad tā projekcija *N* uz vertikālā diametra periodiski svārstās ap līdzsvara stāvokli O, bet šīs projekcijas novirze *(x = ON),* izdarot periodiskas svārstības, mainās robežas no *+A* līdz - *A.* Novirze jebkurā laika momentā *t* izsakāma ar acīmredzamu sakarību

$$x = A\sin\varphi . \qquad (1)$$

Tā kā materiālā punkta griešanās periods *T,* tā apgriezienu skaits sekundē ν, leņķiskais ātrums ω un rādiusa pagrieziena leņķis φ ir savstarpēji saistīti (sk. 6. §):

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T}t = 2\pi\nu t ,$$

tad formulu (1) var uzrakstīt vēl šādi:

$$x = A\sin\omega t,$$

$$x = A\sin\frac{2\pi}{T}t, \qquad (2)$$

$$x = A\sin 2\pi\nu t.$$

Sakarības (1) un (2) ir *harmonisku svārstību vienādojuma* paveidi. Tādējādi *par harmoniskām svārstībām sauc tādas svārstības, kurām svārstošā lieluma izmaiņa laikā notiek pēc sinusa likuma (vai kosinusa likuma, ja punktu M projicē uz horizontālā diametra).*

Novirze x ir pozitīva, ja tā vērsta uz augšu no līdzsvara stāvokļa, un negatīva, ja tā vērsta uz leju. Maksimālās novirzes absolūto vērtību A sauc par *svārstības amplitūdu.*

Aprakstot svārstības, fizikālos lielumus T, ω, ν un φ sauc citādi nekā mēs tos saucām iepriekš (sk. 6. §): T sauc par *svārstību periodu,* ν — par *svārstību frekvenci,* ω — par *leņķisko frekvenci,* φ - par *svārstību fāzi.* Šo lielumu vienības, protams, paliek iepriekšējās.

Par svārstību fāzi $\varphi=\omega t$ sauc trigonometriskās funkcijas argumentu harmonisko svārstību vienādojumā. Fāzes fizikālā jēga ir tāda, ka tā *jebkurā laika momentā nosaka novirzi,* t. i., nosaka svārstību sistēmas stāvokli. Tā, piemēram, novirze $x=A/2$, ja $\varphi=\pi/6$, $x=0$, ja $\varphi=\pi$, $x=-A$, ja $\varphi = \frac{3}{2}\pi$ u. tml. No vienādojuma (1) izriet, ka fāzēm, kas savstarpēji atšķiras par 2π daudzkārtni, atbilst vienādas novirzes. Fāzes izmaiņa par 2π rad atbilst vienu periodu T lielam laika intervālam.

Vienādojumi (1) un (2) uzrakstīti, pieņemot, ka sākuma momentā (t=0) svārstību fāze ir bijusi vienāda ar nulli (t. i., hronometrs palaists momentā, kad punkts N iziet caur līdzsvara stāvokli pozitīvā virzienā). Ja sākuma momentā fāzei būtu jau bijusi kāda vērtība φ_0 (t. i., hronometra palaišanas brīdī punkts N jau ir bijis novirzīts no līdzsvara stāvokļa), tad minētie vienādojumi būtu jāraksta šādi:

$$x = A\sin(\varphi + \varphi_0) = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

kur φ_0 sauc par *sākuma fāzi.* Tā kā laika atskaites sākuma momenta izvēle ir patvaļīga, tad parasti (aplūkojot vienu vienīgu svārstību) pieņemsim, ka φ_0=0.

Punkta N svārstību ātrumu v noteiksim kā novirzes (2) atvasinājumu pēc laika:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos\omega t$$

vai, ievērojot trigonometrisko funkciju savstarpējās sakarības,

$$v = \omega A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{3}$$

No vienādojuma (3) izriet, ka svārstību ātrums laikā mainās. Tātad svārstības notiek ar paātrinājumu a, kuru var aprēķināt, diferencējot ātruma izteiksmi (3) pēc laika:

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega^2 A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega^2 A\sin(\omega t + \pi). \tag{4}$$

Ievērojot formulu (2), paātrinājumu var izteikt ar novirzi:

$$a = \omega^2 A\sin(\omega t + \pi) = -\omega^2 A\sin\omega t = -\omega^2 x. \tag{5}$$

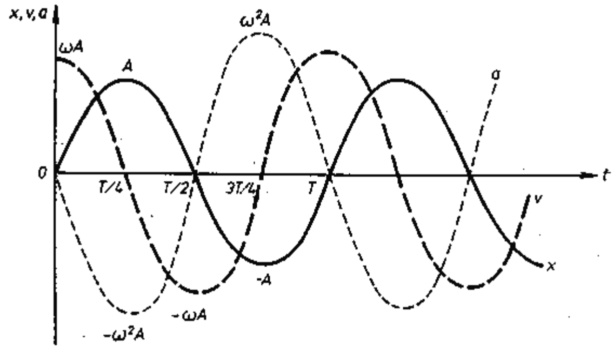
Salīdzinot formulas (2), (3) un (4), var izdarīt šādus secinājumus.

1. Tāpat kā novirze x, arī punkta N ātrums v un paātrinājums a harmoniski svārstās ar vienādu leņķisko frekvenci ω un periodu $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
2. Šo svārstību amplitūdas ir dažādas: A - novirzei, ωA - ātrumam un $\omega^2 A$ - paātrinājumam.
3. Svārstību fāzes arī ir dažādas: ātruma svārstības apsteidz novirzes svārstības fāzē par $\pi/2$ (laikā par T/4), paātrinājuma svārstības apsteidz novirzes svārstības fāzē par π (laikā par $T/2$).

Uzskatāmības labad x, v un a izmaiņas laikā harmoniskām svārstībām, kuras aprēķinātas no vienādojumiem (2), (3) un (4), dotas tabulā un parādītas 46. attēlā.

Kā redzams šajā attēlā, izejot caur līdzsvara stāvokli (x = 0), svārstoša punkta ātrums ir maksimāls ($\pm\omega A$), bet tā paātrinājums vienāds ar nulli. Kad punkts ir maksimāli novirzījies no līdzsvara stāvokļa *($x=+A$ vai $x= - A$)*, tā ātrums vienāds ar nulli, bet paātrinājums ir maksimāls ($-\omega^2 A$ vai $\omega^2 A$). Paātrinājuma zīme vienmēr pretēja novirzes zīmei. Tātad paātrinājums vienmēr virzīts uz svārstošā punkta līdzsvara stāvokli *O.*

t	**x**	**v**	**a**
0	0	ωA	0
$T/4$	A	0	$-\omega^2 A$
$T/2$	0	$-\omega A$	0
$3T/4$	$-A$	0	$\omega^2 A$
T	0	ωA	0



46. att.

Neatkarīgas harmoniskas svārstības var summēties. Tā, piemēram, trīsfāzu maiņstrāvas tīkla vadu savienojuma punktā («zvaigznes» slēgumā) summējas dažādas sinusoidālas strāvas (*sk.* II d., 39. §). Rezultātā rodas sarežģītas svārstības, kuru raksturs ir atkarīgs no saskaitāmo svārstību fāzu, frekvenču, amplitūdu un virziena attiecībām.

28. §. VIENA VIRZIENA HARMONISKU SVĀRSTĪBU SASKAITĪŠANA

Divu viena virziena harmonisku svārstību saskaitīšana, kurām ir vienāda frekvence. Pieņemsim, ka ķermenis vienlaikus piedalās divās viena virziena un vienādas frekvences svārstībās,[1] kuras apraksta vienādojumi

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}).$$

Šo svārstību amplitūdas un sākuma fāzes ir dažādas. Jānosaka rezultējošās svārstības raksturīgie lielumi. Acīmredzot novirze x vienāda ar saskaitāmo svārstību noviržu algebrisko summu:

$$x = x_1 + x_2.$$

Ievietojot x_1 un x_2 vietā to izteiksmes un izmantojot leņķu summas sinusa formulu, pēc vienādo locekļu apvienošanas iegūsim

$$x = (A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02})\sin\omega t + (A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02})\cos\omega t.$$

Apzīmēsim

$$\begin{aligned} A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02} &= A\cos\varphi_0, \\ A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02} &= A\sin\varphi_0 \end{aligned} \qquad (6)$$

un ievietosim iepriekšējā vienādojumā. Tad

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0).$$

Tas ir harmonisku svārstību vienādojums. Tātad,

saskaitot divas viena virziena harmoniskas svārstības, kuru frekvences ir vienādas, iegūst tāda paša virziena un frekvences harmonisku svārstību.

Rezultējošās svārstības sākuma fāzi φ_0 un amplitūdu A var viegli aprēķināt no vienādojumiem (6). Patiešām, izdalot otro vienādojumu pa locekļiem ar pirmo, iegūsim, ka

[1] Acīmredzot arī to leņķiskās frekvences un periodi ir vienādi.

$$\mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} - A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}},$$

bet, paceļot abus vienādojumus (6) kvadrātā un saskaitot,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

No šīs sakarības izriet: ja $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 2n\pi$ (kur n = 0, 1, 2, 3,...), tad $A = A_1+A_2$; ja, turpretim, $\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2n+l)\pi$, tad $A=A_1 - A_2$.

Tādējādi

rezultējošās svārstības amplitūda ir maksimāla un vienāda ar saskaitāmo svārstību amplitūdu summu, ja šo svārstību fāzu starpība ir π, pareizināts ar pārskaitli; ja fāzu starpība ir π, pareizināts ar nepārskaitli, tad rezultējošās svārstības amplitūda ir minimāla un vienāda ar atsevišķo svārstību amplitūdu starpību.

Ja saskaitāmo svārstību amplitūdas ir vienādas, tad fāzu starpībai, kas vienāda ar *π,* pareizinātu ar nepārskaitli, atbilstošās rezultējošās svārstības amplitūda ir vienāda ar nulli, t. i., tādas svārstības savstarpēji «dzēšas».

Divu viena virziena svārstību saskaitīšana, kurām ir vienādas amplitūdas, bet dažādas frekvences (sitieni). Pieņemsim, ka ķermenis vienlaikus piedalās divās viena virziena svārstībās ar vienādām amplitūdām *A,* bet dažādām leņķiskajām frekvencēm ω_1 un ω_2, kas maz atšķiras viena no otras.

Šajā gadījumā svārstību fāzu starpība ir mainīga. Tāpēc, pieņemot par atskaites sākumu laika momentu, kad šī starpība ir vienāda ar nulli (t. i., kad $\varphi_{01} = \varphi_{02}$), varam uzrakstīt saskaitāmo svārstību vienādojumus *bez sākuma fāzēm* (sk. 27. §):

$$x_1 = A\sin\omega_1 t \quad \text{un} \quad x_2 = A\sin\omega_2 t.$$

Rezultējošās svārstības novirze

$$x = x_1 + x_2.$$

Ievietojot noviržu x_1 un x_2 izteiksmes un izmantojot sinusu summas pārveidojuma formulu, iegūsim

$$x = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \cdot \sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t. \qquad (7)$$

Izrādās, ka rezultējošā svārstība vairs nav harmoniska, jo tā neatbilst vienādojumam (2) Tomēr, ievērojot, ka (saskaņā ar nosacījumu) $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} << \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, varam pieņemt, ka rezultejošā svārstība ir gandrīz harmoniska svārstība, kurai ir leņķiskā frekvence

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2},$$

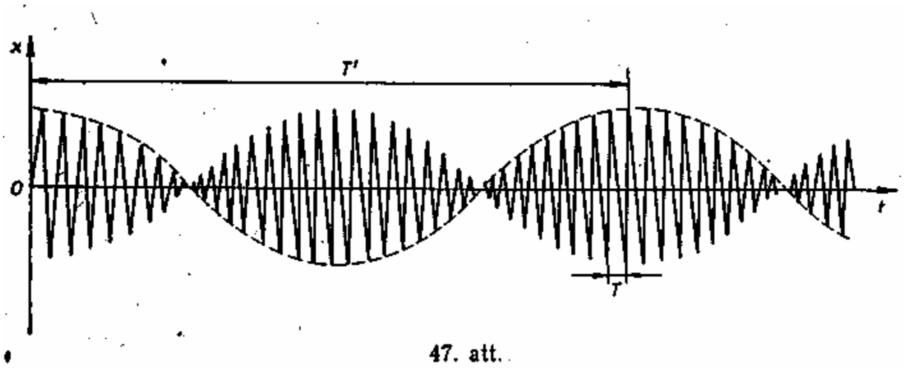
periods

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

un amplitūda

$$2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t,$$

kas lēni periodiski mainās laikā (amplitūdas svārstību leņķiskā frekvence $\omega' = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ ir pārāk niecīga, tāpēc amplitūdas svārstību periods $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$ ir liels). Tādas svārstības sauc par *sitieniem.* Vienādojumam (7) atbilstošo sitienu grafiks parādīts 47. attēlā.



47. att.

Sitienu rašanos un raksturu nav grūti iedomāties arī bez aprēķiniem un zīmējuma. Patiešām, sākumā abu svārstību fāzes sakrīt, tāpēc rezultējošās svārstības amplitūda ir maksimāla. Pēc tam pirmās svārstības pamazām atpaliek fāzē no otrām un rezultējošās svārstības amplitūda kļūst mazāka nekā abu primāro svārstību amplitūdu summa. Fāzu starpībai pieaugot, rezultējošās svārstības amplitūda samazinās. Kad fāzu starpība kļūst vienāda ar π, primārās svārstības savstarpēji «dzēš» viena otru, un rezultejošā amplitūda kļūst vienāda ar nulli. Fāzu starpībai tālāk pieaugot, amplitūda sāk palielināties. Fāzu starpībai sasniedzot vērtību 2π, amplitūda atkal sasniedz maksimumu, pēc tam atkal samazinās līdz nullei utt.

29. §. SAVSTARPĒJI PERPENDIKULĀRU HARMONISKU SVĀRSTĪBU SASKAITĪŠANA

Pieņemsim, ka ķermenis vienlaikus piedalās divās savstarpēji perpendikulārās svārstībās ar vienādām frekvencēm, ko apraksta vienādojumi

$$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}),$$

kur *x* - novirze pirmajās svārstībās, kas notiek pa horizontāli, *y* - novirze otrajās svārstībās, kas notiek pa vertikāli.

Jānosaka ķermeņa rezultējošās kustības raksturs, t. i., jāatrod tā smaguma centra trajektorijas vienādojums. Šajā nolūkā abi dotie vienādojumi jāapvieno, izslēdzot no tiem laiku *t* ar šādām operācijām.

Izdalīsim katru no vienādojumiem ar tam atbilstošo amplitūdu un izmantosim summas sinusa formulu. Tad iegūsim

$$\frac{x}{A_1} = \sin\omega t \cos\varphi_{01} + \cos\omega t \sin\varphi_{01},$$
$$\frac{y}{A_2} = \sin\omega t \cos\varphi_{02} + \cos\omega t \sin\varphi_{02}.$$

Pareizināsim pirmo vienādojumu ar sin φ_{02}, bet otro - ar sin φ_{01} un pēc tam atņemsim otro jauniegūto vienādojumu no pirmā:

$$\frac{x}{A_1}\sin\varphi_{02} - \frac{y}{A_2}\sin\varphi_{01} = \sin\omega t \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Atkārtojot vēlreiz līdzīgu operāciju, tikai šoreiz, pareizinot pirmo vienādojumu ar cosφ_{02}, bet otro - ar cosφ_{01}, iegūsim

$$\frac{x}{A_1}\cos\varphi_{02} - \frac{y}{A_2}\cos\varphi_{01} = -\cos\omega t \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

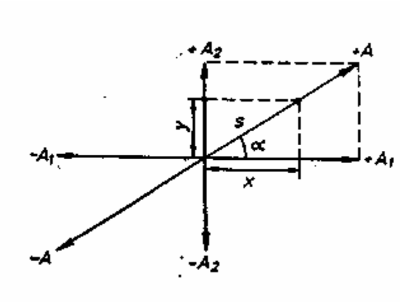
Beidzot, paceļot abus pēdējos vienādojumus kvadrātā un saskaitot, iegūsim meklēto trajektorijas vienādojumu

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_{02}-\varphi_{01})=\sin^2(\varphi_{02}-\varphi_{01}). \tag{8}$$

Aplūkosim divus speciālgadījumus.

1. Svārstību amplitūdas dažādas, bet sākuma fāzes vienādas *($A_1 \neq A_2$,* $\varphi_{01}=\varphi_{02}$). No izteiksmes (8) iegūstam, ka

$$y=\frac{A_2}{A_1}x\,.$$



48. att.

Tas ir *taisnes vienādojums.* Tātad rezultējošā svārstība notiek pa taisni, kas iet caur līdzsvara stāvokli, veidojot leņķi α ar pirmo svārstību virzienu (48. att.):

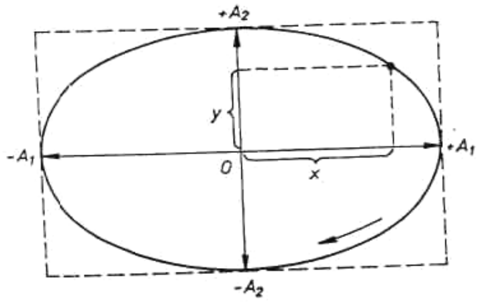
$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{A_2}{A_1}.$$

Rezultējošā novirze

$$s=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{A_1^2+A_2^2}\sin\omega t=A\sin\omega t\,,$$

kur $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}$ - rezultejošās svārstības amplitūda.

2. Svārstību amplitūdas dažādas, sākuma fāzes atšķiras par $\pi/2$ *($A_1 \neq A_2$,* φ_{o2} - φ_{o1} = $\pi/2$). Šajā gadījumā vienādojums (8) pārveidojas šādi:



49. att.

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1.$$

Tas ir *elipses vienādojums.* Tātad ķermeņa rezultējošā svārstība notiek pa elipsi, kuras pusasis vienādas ar saskaitāmo svārstību amplitūdām (49. att.).

Noskaidrosim, kādā virzienā ķermenis kustas pa elipsi. Šajā nolūkā uzrakstīsim saskaitāmo svārstību vienādojumus, ievērojot dotā gadījuma nosacījumus:

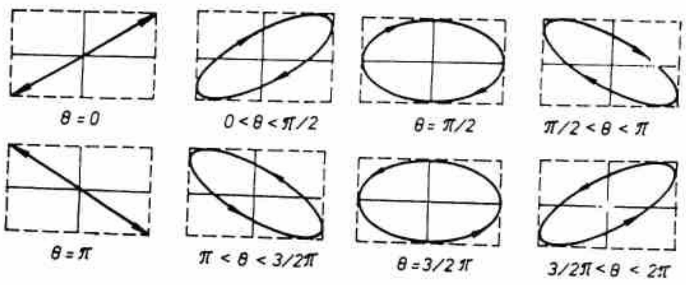
$$x=A_1\sin(\omega t+\varphi_{01}) \quad \text{un} \quad y=A_2\sin\left(\omega t+\varphi_{01}+\frac{\pi}{2}\right)$$

Pieņemot *x = 0,* iegūsim $\omega t+\varphi_{01}=0$; bet tad $y=A_2\sin\frac{\pi}{2}=A_2$. Tātad aplūkojamā momentā ķermenis atrodas elipses virsotnē. Ar laiku *x* pieaug, bet *y* samazinās, kas atbilst ķermeņa kustībai pa elipsi pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

Acīmredzot, ja sākotnējo fāzu starpība vienāda ar $\frac{3}{2}\pi$, tad ķermenis apraksta tādu pat elipsi *pretēji* pulksteņa rādītāju kustības virzienam.

Ja $A_1 = A_2 = A$, elipses vienādojums pārvēršas riņķa līnijas vienādojumā *($x^2 + y^2 = A^2$),* un ķermenis apraksta riņķa līniju.

Nepakavējoties pie sarežģītākiem svārstību saskaitīšanas gadījumiem, atzīmēsim tikai, ka elipses forma un novietojums ir atkarīgi no fāzu starpības Θ. Fāzu starpībai mainoties, elipse griezīsies saskaitāmo svārstību plaknē ap līdzsvara stāvokli *O.* Turklāt tā deformēsies, paliekot tomēr ievilkta taisnstūrī, kura malas vienādas ar saskaitāmo svārstību divkāršotām amplitūdām (taisnstūris parādīts 49. attēlā ar svītrlīniju). Ja $\Theta = 0$ vai $\Theta = \pi$, elipse pārvēršas taisnē. 50. attēlā parādītas svārstoša ķermeņa trajektorijas ar dažādām fāzu starpības vērtībām. Ar bultiņām norādīti ķermeņa kustības virzieni pa trajektorijām.



50. att.

Ja saskaitāmo svārstību frekvences ir dažādas, tad ķermeņa rezultejošās kustības trajektoriju formas kļūst sarežģītas un daudzveidīgas (Lisažū figūras).

Aprakstītās trajektoriju formas var novērot uz elektronu oscilogrāfa ekrāna (sk. II d., 32. §), ja elektronu kūlim liek vienlaikus svārstīties savstarpēji perpendikulāros virzienos.

30. §. SVĀRSTĪBU DINAMIKA. SVĀRSTS

27. paragrāfā noskaidrojām, ka svārstību kustībā paātrinājums ir *mainīgs.* Tātad šo kustību nosaka *mainīga* spēka darbība. Pieņemsim, ka mainīga spēka *F* darbības rezultātā materiāls punkts, kura masa ir *m*, izdara harmoniskas svārstības ar paātrinājumu *a*. Tad, ievērojot formulu (5), var uzrakstīt, ka

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx, \tag{9}$$

kur

$$k = m\omega^2. \tag{10}$$

Tādējādi spēks, kas rada harmoniskas svārstības, ir proporcionāls novirzei, bet darbojas tai pretējā virzienā. Tāpēc harmoniskās svārstības vēl var definēt šādi (bez 27. § sniegtās definīcijas):

par harmonisku sauc svārstību, kuru izraisa novirzei proporcionāls un tai pretēji vērsts spēks.

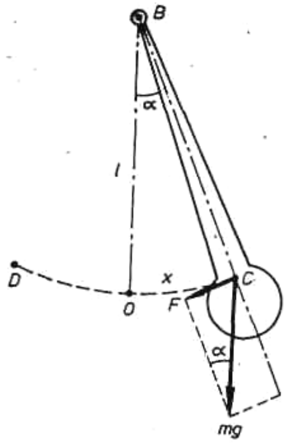
Šis spēks cenšas atgriezt ķermeni līdzsvara stāvoklī, tāpēc to sauc par *atgriezējspēku.* Par atgriezējspēku var būt, piemēram, elastības spēks, jo tas arī ir proporcionāls novirzei ar pretēju zīmi (sk. 10. §). Atgriezējspēkiem var būt arī citāda, neelastīgu spēku daba. Šādos gadījumos tos sauc par *kvazielastīgiem spēkiem.*[2]

Ja materiālā punkta masa un koeficients *k* ir zināmi, tad, pēc formulas (10), var aprēķināt svārstību leņķisko frekvenci un periodu:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{11}$$

un

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{12}$$



51. att.

Tagad aplūkosim mehānisku svārstību sistēmu, ko sauc par *fizikālo svārstu;* tas ir ciets ķermenis, kas svārstās gravitācijas spēku iedarbībā ap horizontālu asi. Parasti fizikālais svārsts ir stienis, kam viens gals padarīts smagāks; otrs tā gals var kustēties ap horizontālu asi *B,* kura ir perpendikulāra stienim (51. att.). Atvirzot svārstu no līdzsvara stāvokļa *OB* par leņķi α, tas smaguma spēka *P* iedarbībā atgriežas šajā stāvoklī, inerces dēļ novirzās uz pretējo pusi, tad atkal iziet caur līdzsvara stāvokli utt. Ja iekarē berze ir niecīga, tad svārsts svārstīsies ļoti ilgi. Svārsta smaguma centrs *C* apraksta riņķa līnijas loku *COD.* Pieņemsim, ka leņķis α ir pozitīvs, ja svārsts novirzās pa labi no līdzsvara stāvokļa, un negatīvs - ja svārsts novirzās pa kreisi.

[2] T. i., «it kā elastīgiem spēkiem» (no latīņu valodas vārda *quasi – it kā).*

Atgriezējspēks

$$F = -P \sin \alpha = -mg \sin \alpha ,$$

kur *m* — svārsta masa. Mīnusa zīme norāda, ka spēka un novirzes leņķa virzieni vienmēr ir pretēji vērsti. Mazām *novirzēm* (α < 0,14 rad = 8°) sin $\alpha \approx \alpha$. Tad

$$F = -mg\,\alpha = -mg\frac{x}{l} , \tag{13}$$

kur $x = |OC|$ - svārsta centra novirze no līdzsvara stāvokļa pa loku, $l = |BC|$ - svārsta garums (attālums no iekares punkta līdz smaguma centram). Tādējādi restaurējošais spēks ir proporcionāls novirzei un ar tai pretēju zīmi (t. i., kvazielastīgs spēks). Tātad svārsta kustības ir *harmoniskas.*

Saskaņā ar rotācijas dinamikas pamatlikumu (sk. 21. §) atgriezējspēka *F* moments

$$M = Fl = I\beta ,$$

kur *I* - svārsta inerces moments attiecībā pret iekari, β - leņķiskais paātrinājums. Tad

$$F = \frac{I\beta}{l} .$$

Tā kā $\beta = a/l$ (sk. 6. §), tad, ievērojot formulu (5), varam rakstīt, ka

$$F = \frac{Ia}{l^2} = -\frac{I}{l^2}\omega^2 x , \tag{14}$$

kur ω - svārsta leņķiskā frekvence. Salīdzinot formulas (13) un (14),

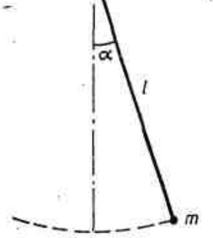
$$mgl = I\omega^2 ,$$

no kurienes atradīsim fizikāla svārsta leņķiskās frekvences un svārstību perioda izteiksmes:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \tag{15}$$

un

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} . \tag{16}$$



52. att.

Praksē fizikālo svārstu bieži var uzskatīt par *matemātisko svārstu.*

Par matemātisko svārstu sauc materiālu punktu, kas svārstās bezsvara nedeformējamā diegā (52. att.).

Saskaņā ar materiāla punkta inerces momenta definīciju (sk. 21. §) matemātiskā svārsta inerces moments

$$I = ml^2 ,$$

kur *m* - materiālā punkta masa, *l* - diega garums. Ievietojot šo *I* izteiksmi formulā (16), iegūsim matemātiskā svārsta perioda formulu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} . \tag{17}$$

No šīs formulas izriet, ka

mazām novirzēm α matemātiskā svārsta svārstību periods ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no svārsta garuma, apgriezti proporcionāls kvadrātsaknei no brīvās krišanas paātrinājuma un nav atkarīgs ne no svārsta masas, ne svārstību amplitūdas.

Harmoniskās svārstībās notiek svārstoša ķermeņa kinētiskās enerģijas W_k un potenciālās enerģijas W_p periodiska savstarpēja pārveidošanās kvazielastīgā spēka ietekmē. Šo enerģiju summa ir svārstību sistēmas pilnā enerģija *W:*

$$W = W_k + W_p. \tag{18}$$

Ievērojot izteiksmi (3), var uzrakstīt, ka

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t, \tag{19}$$

kur *v* - ķermeņa kustības ātrums, *m* - tā masa.

Kvazielastīgo spēku potenciālo enerģiju var izteikt gluži tāpat kā elastīgi deformēta ķermeņa potenciālo enerģiju (sk. 17. §, formulu (7)), t. i., tā ir proporcionāla novirzes kvadrātam. Ievērojot izteiksmi (2), atradīsim, ka

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \sin^2 \omega t.$$

Bet $k = m\omega^2$, tāpēc

$$W_p = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t. \tag{20}$$

Salīdzinot izteiksmes (18), (19) un (20),

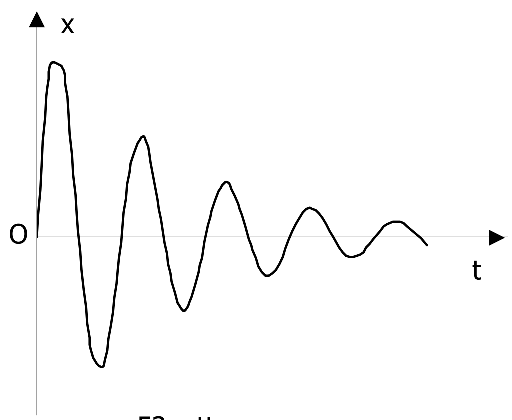
$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}\left(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t\right) = \frac{m\omega^2}{2} A^2. \tag{21}$$

Tādējādi

harmoniskas svārstības pilnā enerģija ir konstanta un proporcionāla svārstību amplitūdas un cikliskās frekvences kvadrātam.

31. §. RIMSTOŠAS UN UZSPIESTAS SVĀRSTĪBAS

Reālas mehāniskas sistēmas svārstības vienmēr saistītas ar berzes pārvarēšanu, kas patērē daļu no svārstību sistēmas enerģijas. Tāpēc svārstību enerģija samazinās, pārejot siltumā. Tā kā svārstību enerģija proporcionāla amplitūdas kvadrātam, tad pakāpeniski samazinās arī svārstību amplitūda (53. att.; *x* - novirze, *t* - laiks). Kad visa svārstību enerģija pāriet siltumā, svārstības izbeidzas (norimst). Tādas svārstības sauc par *rimstošām svārstībām.*



53. att.

Lai sistēma svārstītos nerimstoši, no ārienes jāpapildina svārstību enerģijas zudumi, kas radušies berzes dēļ. Šajā nolūkā uz sistēmu jāiedarbojas ar periodiski mainīgu spēku

$$f = f_0 \sin \omega_u t,$$

kur f_o spēka amplitūdas (maksimālā) vērtība, ω_u - spēka svārstību leņķiskā frekvence, *t* - laiks. Ārējo spēku, kas nodrošina sistēmas nerimstošas svārstības, sauc par *uzspiedējspēku,* bet sistēmas svārstības - par *uzspiestām svārstībām.* Acīmredzot uzspiestās svārstības notiek ar uzspiedējspēka frekvenci. Aprēķināsim uzspiesto svārstību amplitūdu. Aprēķina vienkāršošanai neievērosim berzes spēku, pieņemot, ka uz svārstošos ķermeni darbojas tikai divi spēki: uzspiedējspēks *f* un atgriezējspēks *F.* Tad saskaņā ar otro Ņūtona likumu

$$F + f = ma,$$

kur *m* un *a* — svārstošā ķermeņa masa un paātrinājums. Kā mēs redzējām 27. paragrāfā, paātrinājums $a = -\omega_u^2 x$. Tad

$$F + f = -m\omega_u^2 x,$$

kur *x* - svārstošā ķermeņa novirze. Saskaņā ar izteiksmi (9)

$$F = -m\omega^2 x,$$

kur ω - ķermeņa pašsvārstību (t. i., tikai atgriezējspēka nosacīto svārstību) leņķiskā frekvence. Tāpēc

$$-m\omega^2 x + f_0 \sin \omega_u t = -m\omega_u^2 x,$$

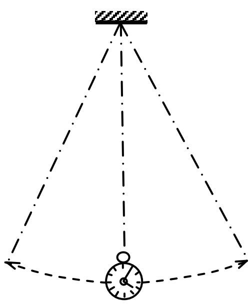
no kurienes

$$x = \frac{f_0}{m\left(\omega^2 - \omega_u^2\right)} \sin \omega_u t. \tag{22}$$

No vienādojuma (22) izriet, ka uzspiesto svārstību amplitūda

$$A = \frac{f_0}{m\left(\omega^2 - \omega_u^2\right)}$$

ir atkarīga no uzspiesto svārstību un pašsvārstību leņķisko frekvenču starpības: ja $\omega_u \to \omega$, starpība $(\omega^2 - \omega_u^2) \to 0$ un $A \to \infty$. Patiesībā berzes dēļ uzspiesto svārstību amplitūda nekļūst bezgalīga. Tā sasniedz savu maksimālo vērtību, kad uzspiesto svārstību frekvence ir tuva sistēmas pašsvārstību frekvencei. Uzspiesto svārstību amplitūdas strauju palielināšanos, ja $\omega_u \approx \omega$, sauc par *rezonansi.*



54. att.

Izmantojot šo parādību, ar nelielu uzspiedējspēku var radīt svārstības, kurām ir liela amplitūda. Iekārsim, piemēram, kabatas vai rokas pulksteni tāda garuma diegā, lai iegūtā fizikālā svārsta (54. att.) pašsvārstību frekvence būtu vienāda ar pulksteņa mehānisma enkura svārstību frekvenci. Rezultātā pulkstenis pats sāks svārstīties, novirzoties no līdzsvara stāvokļa par leņķi $\alpha \approx 30°$.

Rezonanses parādība novērojama jebkuru svārstību (mehānisku, akustisku, elektrisku u. c.) gadījumā. To plaši izmanto akustikā - skaņas pastiprināšanai, radiotehnikā - elektrisko svārstību pastiprināšanai u. tml.

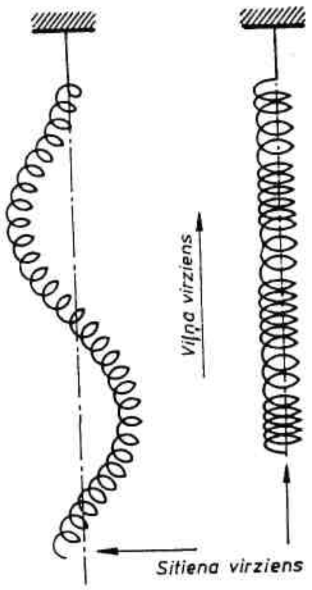
Dažos gadījumos rezonanse ir kaitīga. Tā var radīt konstrukciju (ēku, balstu, tiltu u. tml.) stipru vibrāciju uz tām uzstādīto mehānismu (darbgaldu, motoru u. tml.) darbības rezultātā. Tāpēc celtņu aprēķinos jānodrošina mehānismu svārstību un konstrukciju pašsvārstību frekvenču ievērojama atšķirība.

Tehnikā sastopams vēl viens nerimstošu svārstību veids - tā sauktās *pašierosmes svārstības,* kas atšķiras no uzspiestām svārstībām ar to, ka tajās svārstību enerģijas zudumus kompensē pastāvīgs enerģijas avots, kas darbojas ļoti īsu brīdi (salīdzinājumā ar svārstību periodu). Turklāt šo avotu vajadzīgajā brīdī[3] automātiski ieslēdz pati svārstību sistēma. Pašierosmes svārstību sistēmas piemērs ir pulksteņa svārsts. Šeit paceltā svara (vai deformētās atsperes) potenciālo enerģiju ieslēdz enkura mehānisms. Otrs tādas sistēmas piemērs ir slēgts svārstību kontūrs ar elektronu lampu; ar šīs pašierosmes svārstību sistēmas darbību mēs iepazīsimies vēlāk (sk. II d., 42. §).

[3] Parasti katra svārstību perioda sākumā.

32. §. VIĻŅI

Ja svārstošos ķermeni (svārstību avotu) ievieto elastīgā vidē, tad tam tuvākās vides daļiņas arī sāk svārstīties. Šo daļiņu svārstības tiek pārnestas (ar elastības spēkiem) uz citām vides daļiņām, un pēc kāda laika svārstības aptver visu vidi. Taču tas notiks dažādās fāzēs - jo tālāk daļiņa atrodas no svārstību avota, jo vēlāk tā sāk svārstīties un jo vairāk atpaliek tas svārstību fāze. Svārstību izplatīšanos vidē sauc par *viļņu kustību jeb vilni.* Viļņu kustības piemēri ir viļņi uz ūdens virsmas, kas iziet no vietas, kur iekritis akmens. Viļņa (svārstību) izplatīšanās virzienu sauc par *staru.* Vilni sauc par *transversālu* (jeb *šķērsvilni),* ja vides daļiņas svārstās staram perpendikulāri. Ja turpretim tās svārstās paralēli staram, tad vilni sauc par *longitudinālu* (jeb *garenvilni).*



a b

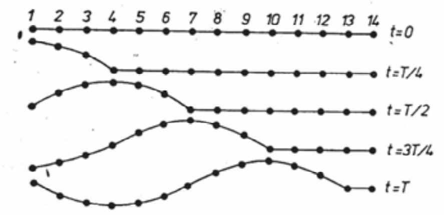
55. att.

Brīvi piekārtā atsperē rodas šķērsvilnis, ja tā saņēmusi sitienu pa apakšējo galu horizontālā virzienā (55. att. *a).* Šajā pašā atsperē rodas garenvilnis, ja sitiens izdarīts vertikālā virzienā (55. att. *b).* Ievērosim, ka vides daļiņas nepārvietojas kopā ar vilni, bet svārstās ap saviem līdzsvara stāvokļiem; pārvietojas tikai svārstības, pareizāk, svārstību fāze (atsperes pacēlumi un ieplakas - šķērsviļņa gadījumā vai atsperes vijumu sablīvējumi un izstiepumi - garenviļņa gadījumā).

Garenviļņi var rasties vidē, kurai ir tilpuma elastība, t. i., cietās, šķidrās un gāzveida vielās. Šķērsviļņi rodas tikai tādā vidē, kurai piemīt formas elastība (bīdes deformācija), t. i., tikai cietos ķermeņos.[4]

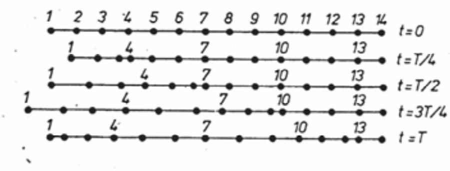
Lai gūtu uzskatāmu priekšstatu par viļņu procesu, aplūkosim šķērsviļņa un garenviļņa izplatīšanās shēmas.

Nekustīgā vidē, kurai piemīt formas elastība, atzīmēsim un sanumurēsim daļiņu rindu, kuras novietotas gar horizontālu taisni (56. att.). Pieņemsim, ka sākuma momentā (t = 0) 1. daļiņa vertikāli uz augšu vērsta grūdiena rezultātā uzsāk harmoniskas svārstības ar periodu *T.* Ar zināmu novēlošanos svārstības uzsāk arī citas daļiņas. Pēc ceturtdaļperioda *1.* daļiņa sasniegs maksimālo novirzi uz augšu, *2.* un *3.* daļiņa arī būs novirzīta, bet līdz *4.* daļiņai svārstības tikko ir atnākušas. Pēc pusperioda šī daļiņa ir maksimāli novirzīta uz augšu, *5.* un *6.* daļiņa arī ir novirzīta, bet līdz 7. daļiņai svārstības vēl tikai ir nonākušas. Šajā laikā *3.* un *2.* daļiņa jau virzās uz leju, bet *1.* daļiņa ir sasniegusi līdzsvara stāvokli. Acīmredzot perioda beigās svārstības nonāk līdz *13.* daļiņai un sāk izplatīties tālāk. Tā izveidojas šķērsvilnis. Līdzīgi viļņi rodas, piemēram, metāla stienī (vai nostieptā stīgā), uzsitot perpendikulāri garumam.



56. att.

Tagad pieņemsim, ka sākuma momentā *(t = 0) 1.* daļiņa uzsāk harmoniskas svārstības pa nogriezni, uz kura izvietotas daļiņas (57. att.). Ar zināmu nokavēšanos šīs svārstības uzsāk arī pārējās vides daļiņas. Spriedumi, līdzīgi iepriekšējiem, rāda, ka šajā gadījumā veidojas vides sablīvējumu un retinājumu garenvilnis. Tādi viļņi rodas, piemēram, metāla stienī, uzsitot perpendikulāri tā gala virsmai. Starp citu, ļoti uzskatāmu garenviļņa modeli var iegūt, izmantojot divas ne gluži vienādas ķemmītes, kas novietotas viena uz otras (tām nedaudz jāatšķiras ar zaru biežumu). Skatoties caur ķemmīšu zariem uz gaismu un bīdot tās vienu pret otru, mēs redzēsim zaru sablīvējumu un retinājumu skrejošu garenvilni.



57. att.

Elastīgu svārstību izplatīšanās ātrums, t. i., *viļņa ātrums* v, ir atkarīgs no vides blīvuma ρ un tās elastīgajām īpašībām:

$$x = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}},$$

[4] Izņēmums ir viļņi uz ūdens virsmas (un vispār uz šķidru un gāzveida vielu, kurām ir dažādi blīvumi, robežvirsmām, kur formas elastību nodrošina smaguma un virsmas spraiguma spēki).

kur χ — vides elastību raksturojošs koeficients. Tā, piemēram, garenviļņiem cietā vielā χ=E; šķērsviļņiem $\chi \approx 0{,}4E$ (*E* - elastības modulis).

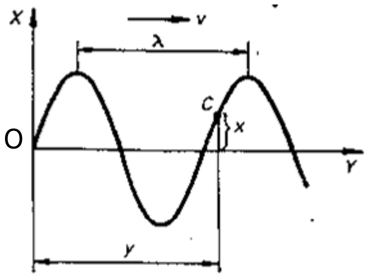
Atzīmēsim, ka viļņu kustības galvenās likumsakarības ir spēkā ne tikai elastīgas vides mehāniskiem viļņiem (spiediena, skaņas u. tml.), bet jebkuras dabas viļņiem, piemēram, elektromagnētiskā lauka (elektromagnētiskajiem) viļņiem.

33. §. VIĻŅA VIENĀDOJUMS. VIĻŅA INTENSITĀTE

Noteiksim sakarību starp viļņu kustībā esošo vides daļiņu novirzi *x* un šo daļiņu attālumu *y* līdz svārstību avotam *O* jebkurā laika momentā *t.* Labākas uzskatāmības nolūkā izvēlēsimies šķērsvilni, kaut gan visi tālākie spriedumi paliek spēkā arī garenvilnim. Pieņemsim, ka avota svārstības ir harmoniskas (sk. 27. §):

$$x = A \sin \omega t,$$

kur *A* — svārstību amplitūda, ω — leņķiskā frekvence. Visas vides daļiņas arī uzsāk harmoniskas svārstības ar tādu pašu amplitūdu un frekvenci, bet dažādām fāzēm. Vidē rodas sinusoidāls vilnis, kas parādīts 58. attēlā.



58. att.

Viļņa grafiks (58. att.) ārēji līdzīgs harmonisku svārstību grafikam (sk. 46. att.), bet būtībā tie ir atšķirīgi. Svārstību grafiks attēlo *dotās daļiņas novirzes atkarībā no laika.* Viļņa grafiks attēlo *visu vides daļiņu novirzes atkarībā no attāluma līdz svārstību avotam dotajā laika momentā.* Tas ir it kā viļņa momentfotogrāfija.

Aplūkosim kādu daļiņu C, kas atrodas attālumā *y* no svārstību avota (daļiņas O). Acīmredzot, ja daļiņa O svārstās jau *t* sekundes, tad daļiņa C - vēl tikai *(t* - τ) sekundes, kur τ — laiks, kurā svārstības izplatās no *O* līdz *C,* t. i., laiks, kurā vilnis noiet ceļu *y.* Tad daļiņas *C* svārstību vienādojums jāraksta šādi:

$$x = A \sin \omega (t - \tau).$$

Bet $\tau = y/v$, kur *v* - viļņa izplatīšanās ātrums. Tad

$$x = A \sin \omega \left(t - \frac{y}{v} \right). \tag{23}$$

Sakarību (23), pēc kuras iespējams aprēķināt novirzi jebkurā viļņa punktā un jebkurā laika momentā, sauc par *viļņa vienādojumu.* Definējot *viļņa garumu* λ kā attālumu starp diviem tuvākajiem viļņa punktiem, kuros svārstības notiek vienā fāzē[5], piemēram, starp divām viļņa mugurām, viļņa vienādojumu var pārveidot. Acīmredzot viļņa garums ir vienāds ar attālumu, kurā svārstības ar ātrumu *v* izplatās viena perioda *T* laikā:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}, \tag{24}$$

kur ν - viļņa frekvence (svārstību frekvence vilnī). Tad, ievietojot vienādojumā (23) $v = \lambda/T$ un ievērojot, ka $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$, iegūsim viļņa vienādojuma citus veidus:

$$x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) = A \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{y}{\lambda} \right) = A \sin \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right). \tag{25}$$

---

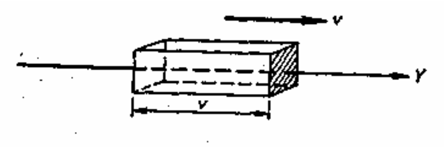
[5] Jāatceras, ka vienādas ir visas fāzes, kas savā starpā atšķiras par $2\pi n$, kur *n* - jebkurš vesels skaitlis.

Tā kā viļņa izplatīšanos pavada vides daļiņu svārstības, tad kopā ar vilni telpā pārvietojas arī svārstību enerģija.

Enerģiju, ko vilnis laika vienībā iznes caur staram perpendikulāru laukuma vienību, sauc par viļņa intensitāti jeb enerģijas plūsmas blīvumu.

Iegūsim viļņa intensitātes I izteiksmi. Pieņemsim, ka vides 1 cm^3 atrodas n_0 daļiņas, un katras daļiņas masa ir m. Tad saskaņā ar izteiksmi (21) svārstību enerģija vides tilpuma vienībā

$$\Omega = n_0 \frac{m\omega^2}{2} A^2 = \frac{\rho\omega^2 A^2}{2},$$



59. att.

kur $\rho = mn_0$ - vides blīvums. Acīmredzot 1 s caur 1 cm^2 lielu laukumu tiek pārnesta enerģija, ko satur taisnstūra paralēlskaldnis ar pamata laukumu 1 cm^2 un augstumu v (59. att.); tātad

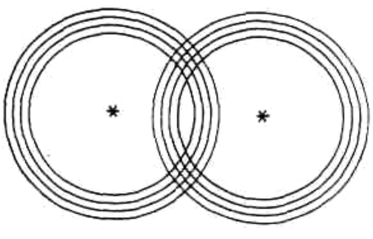
$$I = \Omega v = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 A^2 .$$

Tādējādi

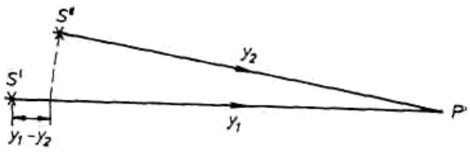
viļņa intensitāte ir proporcionāla vides blīvumam, viļņa ātrumam, kā arī svārstību leņķiskās frekvences un amplitūdas kvadrātam.

34. §. VIĻŅU INTERFERENCE. STĀVVIĻŅI

Ja vidē atrodas vairāki svārstību avoti, tad no tiem izejošie viļņi izplatās neatkarīgi cits no cita un pēc savstarpējas krustošanās aiziet tālāk bez jebkādām notikušās sadursmes sekām.[6] Šo apgalvojumu sauc par *superpozīcijas principu.* To var ilustrēt viļņu izplatīšanās pa ūdens virsmu no diviem ūdenī iesviestiem akmeņiem (60. att.).



60. att.



61. att.

Viļņu krustošanās vietās vides svārstības, ko rada katrs vilnis, summējas (var sacīt - viļņi summējas) saskaņā ar 28. paragrāfā aplūkotajiem likumiem. Summēšanās rezultāts (rezultējošais vilnis) ir atkarīgs no krustojošos viļņu fāzu, svārstību periodu un amplitūdu attiecības. Lielu praktisku interesi izraisa gadījums, kad summējas divi (vai vairāki) viļņi, kuriem ir *konstanta fāzu starpība* un vienādas svārstību frekvences.[7] Tādus viļņus un svārstību avotus, kuri tos rada, sauc par *koherentiem.* Koherentu viļņu summēšanos sauc par *interferenci.*

Aplūkosim divu vienādas amplitūdas viļņu interferenci, ja tie iziet no koherentiem avotiem S' un S'' un satiekas punktā P (61. att.). Saskaņā ar viļņa vienādojumu (25) novirzes, ko punktā P rada pirmais un otrais vilnis, atbilstoši ir

$$x_1 = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{y_1}{\lambda}\right) \quad \text{un} \quad x_2 = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{y_2}{\lambda}\right).$$

Summēšanās rezultātu noteiks fāzu starpība

[6] Atzīmēsim, ka šis nosacījums ir spēkā tikai viļņiem, kuriem ir mazas amplitūdas.

[7] Pieņemts, ka svārstību virziens visos viļņos vienāds.

$$\Theta = 2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda} .$$

Ja

$$2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda} = 2\pi n , \qquad (27)$$

tad punktā *P* ir *maksimums* - svārstības viena otru maksimāli pastiprina un rezultējošā amplitūda ir vienāda ar *2A.* Ja turpretim

$$2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda} = (2n + 1)\pi , \qquad (28)$$

kur n = 0, 1, 2, 3, ... , tad punktā P ir minimums – svārstības savstarpēji dzēšas un rezultējošā amplitūda ir vienāda ar nulli (sk. 28. §).

Maksimuma un minimuma nosacījumus (27) un (28) var atbilstoši uzrakstīt arī tā:

$$y_1 - y_2 = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \qquad (29)$$

un

$$y_1 - y_2 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} , \qquad (30)$$

kur $y_1 - y_2$ sauc par *viļņu gājumu diferenci* vai *staru gājumu diferenci.*

Tātad punktā *P* ir maksimums, ja viļņu gājumu diference ir vienāda ar pāra skaitli pusviļņu (veselu skaitli viļņu); ja gājumu diference vienāda ar nepāra skaitli pusviļņu, tad punktā *P* ir minimums.

Tā kā viļņi no avotiem *S'* un *S''* izplatās *visos virzienos,* tad telpā ir daudz punktu, kas apmierina nosacījumu (29) vai nosacījumu (30), t. i., atrodas daudz punktu, kas atbilst svārstību maksimumiem vai minimumiem. Tāpēc interferences aina veidojas pārmaiņus no svārstību pastiprinājuma (maksimuma) un pavājinājuma (minimuma) apgabaliem. Sīkāk šo interferences ainu iztirzāsim elektromagnētisko viļņu gadījumā (sk. II d., 51. §).

Otrs svarīgs viļņu interferences gadījums ir divu koherentu viļņu summēšanās, kuri virzās viens otram pretī pa vienu taisni. Ja viena viļņa vienādojumu uzraksta parastā veidā (25):

$$x_1 = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda}\right) ,$$

tad otra viļņa vienādojums ir šāds:

$$x_2 = A \sin\left(\omega t + 2\pi \frac{y}{\lambda}\right)$$

(plusa zīme norāda, ka šis vilnis pārvietojas *OY* ass negatīvajā virzienā). Rezultējošā viļņa vienādojums saskaņā ar izteiksmi (6) tad ir šāds:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda} \sin \omega t . \qquad (31)$$

Vienādojums (31) rāda, ka vides punktos svārstības notiek ar frekvenci ω un amplitūdu $2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda}$, kas ir atkarīga no šo punktu koordinātas *y.* Visos tajos punktos, kur *y* apmierina nosacījumu

$$\cos 2\pi \frac{y}{\lambda} = 0$$

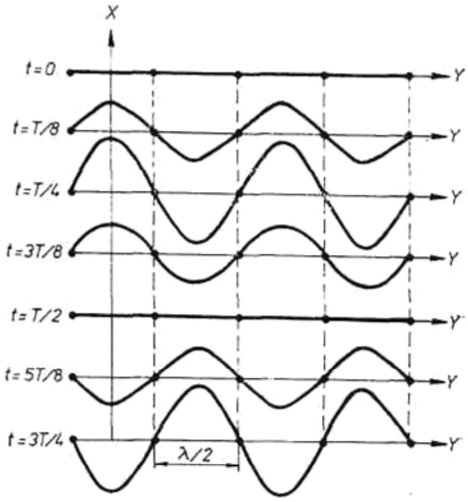
jeb

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \qquad (32)$$

svārstību amplitūda ir vienāda ar nulli. No izteiksmes (32) izriet, ka

$$y = (2n+1)\frac{\lambda}{4},$$

t. i., punktos ar koordinātām $y = \lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$, ... svārstības *nekad* nenotiek. Šos punktus sauc par viļņa *mezgliem.* Punkti, kas atrodas tieši vidū starp mezgliem, svārstās ar maksimālo amplitūdu *2A.* To sauc par viļņa *blīzumiem.* Divu vienādu amplitūdu un vienādu periodu pretviļņu summēšanās rezultātu sauc par *stāvvilni*[8] (mezgli un tātad arī blīzumi visu laiku atrodas vienā vietā).



62. att.

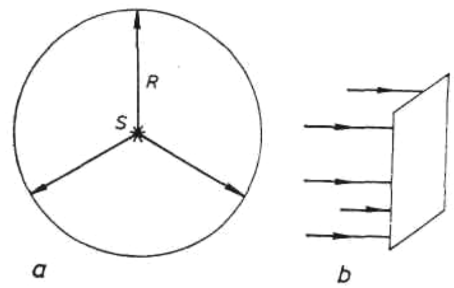
62. attēlā, kur parādīta daļa stāvviļņa laika momentos t = 0, T/8, T/4, 3T/8, T/2, 5T/8, 3T/4, skaidri redzams, ka vides punkti, kas atrodas mezglos, nesvārstās. Punkti, kas atrodas pa labi un pa kreisi no mezgla, svārstās pretējās fāzēs. Attālums starp tuvākajiem mezgliem vai blīzumiem vienāds ar stāvvilni veidojošā skrejviļņa garuma pusi.

Būdams nekustīgs, *stāvvilnis nepārnes enerģiju* (notiek it kā divu pretējos virzienos pārvietojošos viļņu pārnestās enerģijas kompensācija).

Stāvviļņi parasti rodas norobežotā vidē, interferējot skrejvilnim ar savu no robežvirsmas atstaroto vilni. Tādi ir, piemēram, nostieptas stīgas viļņi, gaisa staba viļņi ierobežota garuma caurulē, ūdens viļņi vertikālu šķēršļu (aizsprostu) tuvumā u. tml.

35. §. VIĻŅA FRONTE. HEIGENSA—FRENEĻA PRINCIPS

Līdz šim mēs aplūkojām viļņus, kas kustas tikai vienā noteiktā virzienā (pa vienu taisni). Tāda kustība notiek, piemēram, stieņos, gaisa stabos, viļņvados u. tml. Vispār no svārstību avota, kas atrodas nepārtrauktā vidē, viļņi izplatās *visos virzienos.* Virsmu, līdz kurai vienā laikā nokļūst svārstības no dotā svārstību avota, sauc par *viļņa fronti.* Viļņa frontes forma ir atkarīga no svārstību avota formas un no vides īpašībām. Homogēnā vidē punktveida svārstību avota S viļņa frontei ir lodes forma; stari, kuri ir šīs lodes rādiusi *R,* ir perpendikulāri viļņa frontei (63. att. *a).* Acīmredzot



63. att.

$$R = vt,$$

kur v - viļņa ātrums, t - tā izplatīšanās laiks. Viļņus, kas veido sfērisku fronti, sauc par *sfēriskiem* viļņiem. Sfēriska viļņu fronte izotropā vidē vienlaikus ir arī *fāzes* jeb *viļņa virsma,* t. i., virsma, kuras visos punktos svārstībām ir vienāda fāze.

Ja viļņa fronte ir plakne, tad vilni sauc par *plakanu vilni.* Šajā gadījumā stari ir savstarpēji paralēli (63. att. *b).* Nelielu sfēriskas viļņu frontes sektoru, kas atrodas pietiekami tālu no svārstību avota, var praktiski uzskatīt par plakanu (neievērojot frontes liekumu).

Nehomogēnā vidē, kur viļņa ātrums dažādos virzienos nav vienāds, viļņa frontei var būt visai sarežģīta forma.

Neievērojot rimšanu, plakana viļņa intensitāte nemainās, frontei attālinoties no svārstību avota, jo frontes

[8] Precīzi izsakoties, «stāvvilnis» nav vilnis, jo jebkura viļņa neatņemama īpašība ir tā pārvietošanās telpā.

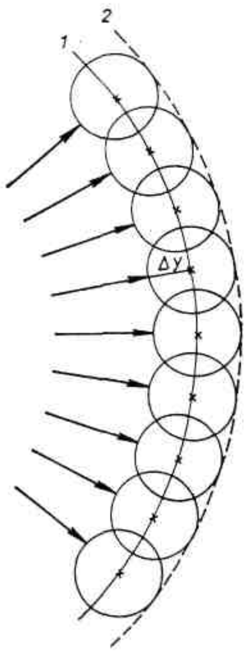
laukums šajā gadījumā paliek konstants.

Citādi ir ar sfēriska viļņa intensitāti. Svārstību enerģija *W,* kas tiek pārnesta laika vienībā caur visu viļņa frontes virsmu S, saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu paliek konstanta. Bet, attālinoties no svārstību avota, S pieaug proporcionāli attāluma *y* kvadrātam, jo $S=4\pi y^2$. Tāpēc

$$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi y^2} \sim \frac{1}{y^2},$$

t. i., sfēriska viļņa intensitāte mainās apgriezti proporcionāli frontes attāluma kvadrātam līdz svārstību avotam. Tā kā saskaņā ar izteiksmi (26) viļņa intensitāte ir proporcionāla amplitūdas kvadrātam $(I \sim A^2)$, tad $A \sim 1/y$, t. i., sfēriska viļņa svārstību amplitūda ir apgriezti proporcionāla viļņa frontes attālumam no svārstību avota. Tad, aizstājot izteiksmē (25) *A* ar *A/y,* iegūsim šādu sfēriska viļņa vienādojumu:

$$x = \frac{A}{y}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right).$$



64. att.

Risinot uzdevumus par viļņu izplatīšanos, bieži nepieciešams konstruēt viļņa fronti kādā laika momentā pēc laika sākuma momentā dotās viļņa frontes. To var izdarīt, izmantojot metodi, kuru sauc par *Heigensa principu*[9]*;* tā būtība ir šāda.

Pieņemsim, ka viļņa fronte, kas pārvietojas homogēnā vidē, kādā laika momentā ieņem stāvokli *1* (64. att.). Jāatrod tās stāvoklis pēc Δt sekundēm.

Saskaņā ar Heigensa principa pirmo likumu

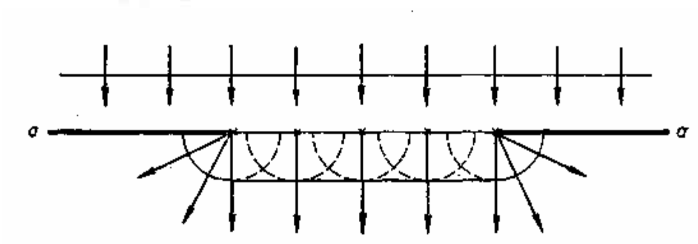
katrs vides punkts, līdz kuram nokļuvis vilnis, pats kļūst par sekundāro viļņu avotu.

Tas nozīmē, ka no šī punkta kā no centra sāk izplatīties jauns sfērisks vilnis. Lai konstruētu sekundāros viļņus, novilksim ap katru sākotnējās frontes punktu lodi ar rādiusu

$$\Delta y = v\Delta t,$$

kur *v* - viļņa ātrums. Tad, pēc Heigensa principa otrā likuma,

sekundārie viļņi dzēšas visos virzienos, izņemot sākotnējās frontes virzienu.

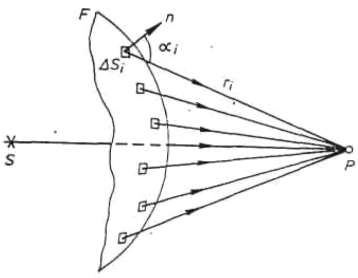


65. att.

Citiem vārdiem, *svārstības saglabājas tikai uz sekundāro viļņu apliecējas.* Novelkot šo apliecēju, iegūsim meklēto viļņu frontes stāvokli *2.*

Heigensa princips piemērojams arī nehomogēnai videi. Šajā gadījumā *v,* tātad arī Δy dažādos virzienos ir dažādi.

Kā Heigensa principa izmantošanas piemēru aplūkosim gadījumu, kad plakans vilnis krīt uz šķērsli ar spraugu, kuras izmēri lielāki nekā viļņa garums (65. att.). Kad viļņu fronte aiziet līdz šķērslim *aa,* katrs spraugas punkts kļūst par sekundāro svārstību avotu. Konstruējot sekundāros viļņus[10] un novelkot apliecēju, iegūsim caur spraugu izgājušā viļņa fronti. Tā ir plakana tikai vidusdaļā; pie spraugas robežām viļņa fronte (un tātad arī stari) apliecas ap šķērsli. Šo parādību sauc par viļņu *difrakciju.*



66. att.

Tomēr difrakcijas izskaidrojums, kuru iegūst no Heigensa principa, nav pilnīgs, jo tas nerada priekšstatu par dažādos virzienos aizejošo viļņu amplitūdām un tātad atstāj atklātu jautājumu par intensitātes sadalījumu pa viļņa fronti. Šo Heigensa principa trūkumu

[9] Metodi 1690. gadā ieteica holandiešu zinātnieks *H. Heigenss.*
[10] Ir pietiekami, ja novelk pussfēras frontes kustības virzienā.

1815. gadā izlaboja franču fiziķis *O. Frenelis,* papildinot šo principu ar postulātu par sekundāro viļņu interferenci.

Pēc Freneļa principa,

vilni, kas pienāk jebkurā punktā P no primārā avota S, var uzskatīt par sekundāro viļņu interferences rezultātu, kuri pienāk šajā punktā no kādas viļņu frontes F daudziem avotiem ΔS_i (66. att.).

Tad viļņa intensitāti punktā P nosaka visu sekundāro viļņu summa (ievērojot sekundāro avotu izmērus ΔS_i, to attālumus r_i līdz P un leņķus α_i starp r_i un ΔS_i normāles n virzieniem).

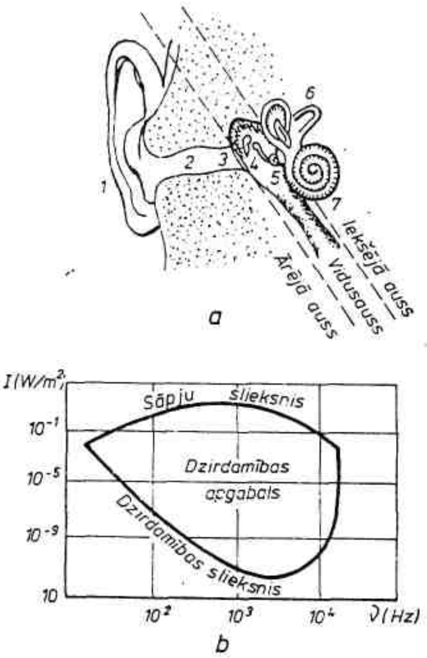
Heigensa princips ar Freneļa papildinājumu nosaukts par *Heigensa - Freneļa principu*[11]. Tas ir ļoti efektīvs daudzu viļņu izplatīšanās uzdevumu risināšanā (sk. II d., VI un VII nod.).

36. §. SKAŅA UN TĀS UZTVERŠANA. ULTRASKAŅA

Par skaņas (akustiskajiem) viļņiem sauc viļņus elastīgā vidē, kurus var uztvert cilvēka dzirdes orgāni.

Tā ir vides blīvuma un spiediena (sablīvējumu un retinājumu) svārstību izplatīšanās. Skaņas viļņu (skaņas) izplatīšanās ātrums ir atkarīgs no vides īpašībām (tās elastības un blīvuma). Gāzēs tā vērtība svārstās no 0,2 līdz 1,2 km/s, šķidrumos no 1,2 līdz 2 km/s, cietās vielās no 2 līdz 5 km/s. Paaugstinoties vides temperatūrai, skaņas ātrums pieaug aptuveni tieši proporcionāli kvadrātsaknei no termodinamiskās temperatūras.

Ievērojot, ka cilvēka dzirdes orgāns (auss) spēj uztvert tikai pilnīgi noteikta diapazona frekvences, var teikt, ka *skaņa ir garenvilnis*[12] *elastīgā vidē, kura frekvence ir diapazonā no* 20 *līdz* 20 000 Hz.



67. att.

Auss ir diezgan sarežģīts skaņas uztveršanas aprāts. 67. attēlā *a* tā shematiski parādīta daļējā griezumā. Pa auss gliemežnīcu *1* un ārējo auss eju *2* skaņas vilnis nonāk līdz bungādiņai *3* un iesvārsta to. Šīs svārstības pa savienotu kauliņu (āmura, laktiņas un kāpslīša) sistēmu *4* tiek pārnestas uz elastīgu membrānu 5, kas pārklāj ovālo lodziņu, kurš norobežo iekšējo ausi, ko tās sarežģītās uzbūves dēļ sauc par labirintu. Labirints sastāv no pusloka kanāliem *6,* kuri veido līdzsvara orgānu, un gliemeža 7. Gliemezis ir spirālveida kaula caurule, kas piepildīta ar gandrīz nesaspiežamu šķidrumu - endolimfu. Gliemezī atrodas dzirdes aparāta galvenā daļa — pamatmembrāna, kas sastāv no aptuveni 10 000 dažāda garuma tievu un dažādi nostieptu šķiedru; katra no tām rezonē uz noteiktu frekvenci diapazonā no 0,02 līdz 20 kHz.

Ovālā lodziņa membrānas svārstības tiek pārnestas uz endolimfu, bet no tās - uz tām pamatmembrānas šķiedrām, kuras noskaņotas uz tām frekvencēm, ko satur uztveramās skaņas vilnis. Šo šķiedru svārstības kairina atbilstošus dzirdes nerva apvidus, izraisot dzirdes sajūtu.

Lai skaņas vilnis radītu dzirdes sajūtu, nepieciešams, lai tas ne tikai saturētu dzirdes diapazona svārstības, bet tam jābūt ar tādu intensitāti (sk. 33. §), kas pārsniedz kādu minimālu vērtību, ko sauc par *dzirdes slieksni.* Skaņu, kuras intensitāte mazāka nekā dzirdes slieksnis, auss neuztver. Ļoti lielas intensitātes skaņa arī nerada dzirdes sajūtu, bet tikai sāpju un spiediena sajūtu ausī. Maksimālo intensitātes vērtību, kuru pārsniedzot rodas sāpju sajūta, sauc par *sāpju slieksni.*

Dažādām frekvencēm abi šie sliekšņi ir dažādi. 67. attēlā *b* parādīti dzirdamības sliekšņa (apakšējā līkne) un sāpju sliekšņa (augšējā līkne) frekvenču atkarību grafiki. Tie attēloti logaritmiskā mērogā, t. i., uz ordinātu ass atlikti intensitāšu logaritmi (lg$I$), bet uz abscisu ass - frekvenču logaritmi (lgν). Tomēr pret atbilstošajām iedaļām uzrakstītas pašu lielumu, nevis to logaritmu vērtības.

Laukums, ko ieslēdz abas līknes, nosaka visu to skaņu frekvenču diapazonu un intensitāšu robežas, kuras auss var uztvert; to sauc par *dzirdamības apgabalu.*

No grafika izriet, ka auss ir visjutīgākā pret skaņām, kuru frekvences ir intervālā no 1000 līdz 3000 Hz. Tām dzirdamības slieksnis ir apmēram 10^{-12} W/m^2, bet sāpju slieksnis pārsniedz dzirdamības slieksni 10^{14} reižu.

Skaņas uztveres (sajūtas) subjektīvie parametri ir tās *augstums, tembrs* un *skaļuma līmenis.*

Muzikālo skaņu avoti parasti rada vairāku daudzkārtēju frekvenču skaņas viļņus. Viļņa frekvenci, kurai piemīt vislielākā enerģija, sauc par *pamatfrekvenci.* Skaņas augstumu nosaka tās pamatfrekvence - jo lielāka šī

---

[11] Heigensa - Freneļa princips pamatojās uz eksperimentāliem datiem, un tikai XIX gs. otrajā pusē to teorētiski pierādīja vācu fiziķis *G. Kirhhofs.*

[12] Cietās vielās skaņas vilnis var būt arī šķērsvilnis (sk. 32. §). Tomēr ausī skaņa vienmēr nonāk caur gaisu garenviļņa veidā.

frekvence, jo augstāka skaņa. Pārējo frekvenču viļņi rada specifisku skanējumu, ko sauc par skaņas *tembru*[13].

Skaņas skaļuma līmeni nosaka tās intensitāte. Skaļuma līmeņa kvantitatīvais (objektīvais) novērtējums pamatojas uz Vēbera - Fehnera psihofizikālo likumu, kas apgalvo, ka

sajūtas pieaugums ir proporcionāls divu salīdzināmo kairinātāju enerģiju attiecību logaritmam.

Šajā gadījumā sajūta ir skaļuma līmenis *L,* bet kairinātājs — skaņas intensitāte *I.* Pieņemsim, ka, mainoties skaņas intensitātei no sākotnējās vērtības I_0 līdz vērtībai *I*, skaļuma līmenis izmainās no L_0 līdz *L.* Tad no Vēbera - Fehnera likuma[14] varam rakstīt, ka

$$L - L_0 = k \lg \frac{I}{I_0},$$

kur *k* — proporcionalitātes koeficients. Pieņemot, ka $I_0=10^{-12}$ W/m^2, kas atbilst dzirdamības slieksnim auss maksimālās jutības apgabalā, skaļuma līmenis $L_0=0$. Ja turklāt pieņemam, ka $k=10$, tad skaļuma līmeni izsaka formula

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}.$$

Skaļuma līmeni mēra *decibelos* (dB).

Lai iegūtu konkrētu priekšstatu par decibelu, ievērosim, ka minimālais skaļuma līmenis, ko auss uztver, vienāds aptuveni 1 dB. Čukstiem atbilst 10 dB, runai - 60 dB, lidmašīnas motora troksnim - 120 dB liels skaļuma līmenis.

Viļņus elastīgā vidē, kuru frekvence lielāka nekā 20 kHz, sauc par *ultraskaņu.* Cilvēka auss ultraskaņu neuztver. Tomēr daudzi dzīvnieki var šo skaņu uztvert. Tā, piemēram, delfīni dzird ultraskaņu ar frekvenci līdz 30 kHz, sikspārņi - līdz 100 kHz.

Ultraskaņas iegūšanai izmanto kvarca pjezoģeneratorus, kuri darbojas, pamatojoties uz apgriezto pjezoelektrisko efektu (sk. II d., 8. §). Ultraskaņas viļņu niecīgā garuma dēļ ir iespējams iegūt šaurus ultraskaņas starus, kuri labi atstarojas pat no nelieliem objektiem un kuriem ir ievērojama intensitāte. Šīs ultraskaņas īpatnības daudz izmanto tehnikā.

Izmantojot ultraskaņu, iespējams atklāt iekšējos defektus izstrādājumos, kas izgatavoti no metāla un citiem materiāliem, kuri nelaiž cauri rentgenstarojumu. Šajā nolūkā caur pārbaudāmo izstrādājumu laiž ultraskaņas staru kūli. Ja izstrādājumā ir defekti (dobums, plaisa u. tml.), tad stari uz tiem izkliedējas. Tāpēc caur izstrādājumu izgājušā ultraskaņas kūļa intensitāte atbilstošajās vietās pavājinās, un to konstatē reģistrējošais aparāts. Šo metodi sauc par *ultraskaņas defektoskopiju.*

Otra nozīmīga ultraskaņas izmantošanas nozare ir *ultraskaņas hidrolokācija.* No kuģa ūdenī periodiski raida ultraskaņas signālus. Sastopoties ar kādu šķērsli (piemēram, zemūdens rifu), signāli no tā atstarojas un, atgriezušies uz kuģa, tiek reģistrēti atbilstošā uztvērējā. Acīmredzot attālums s līdz šķērslim ir vienāds ar pusi no ultraskaņas ātruma v un laika *t*, kas pagājis starp signāla izsūtīšanu un tā atstarojuma uztveršanu, reizinājuma:

$$s = \frac{vt}{2}.$$

Tā var atklāt un noteikt atrašanās vietu zemūdenēm, aisbergiem, zivju bariem utt. Var izmērīt arī ūdenskrātuves dziļumu un izpētīt tā dibena reljefu. Šādiem nolūkiem paredzētus aparātus sauc par *ultraskaņas eholotiem.*

Dabā ultraskaņas lokāciju izmanto sikspārņi. Kā zināms, tiem ir ļoti vāja redze, taču tie ātri lido tumsā, neuzduroties šķēršļiem. Tā cēlonis ir sikspārņa periodiski izstarotie ultraskaņas signāli lidojuma laikā. Klausoties šķēršļu atstarotos signālus, sikspārnis ar lielu precizitāti nosaka (sajūt) to atrašanās vietu un veikli manevrē starp tiem.

Lielas intensitātes skaņas vilnis savā ceļā rada ievērojamas spiediena pulsācijas. Tāpēc ultraskaņa var stipri ietekmēt (mehāniski, bioloģiski, ķīmiski) to vidi, kurā tā izplatās. Ultraskaņu izmanto tvaika katlu attīrīšanai no katlakmens, šķidrumā suspendētu daļiņu sasmalcināšanai, baktēriju iznīcināšanai, ķīmisko reakciju aktivēšanai, vīnogu vīnu novecošanās (izturēšanas) procesa veicināšanai utt. Atzīmēsim, ka piena apstarošana ar ultraskaņu, kas nonāvē pienskābās baktērijas, aizkavē piena saskābšanu par dažām diennaktīm.

[13] Subjektīvos lielumus «augstums» un «tembrs» nevar precīzāk (kvantitatīvi) definēt.

[14] Šis likums, ko formulējuši vācu zinātnieki *E. Vēbers* un *H. Fehners,.* ir aptuvens, un mazām un lielām kairinātāja enerģijām tas kļūst visai neprecīzs.

UZDEVUMU RISINĀŠANAS PIEMĒRI

17. uzdevums. Materiāla punkta, kura masa m = 0,016 kg, svārstību vienādojums ir $x = 0{,}1\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{4}\right)$ (m). Aprēķināt 1) punkta maksimālo ātrumu v_{max} un maksimālo paātrinājumu a_{max}; 2) spēka, kas darbojas uz punktu, maksimālo vērtību F_{max}; 3) punkta pilno enerģiju W.

R i s i n ā j u m s . Salīdzinot dotā materiālā punkta svārstību vienādojumu ar harmonisko svārstību vienādojumu, redzams, ka punkta svārstību amplitūda A = 0,1 m, sākuma fāze $\varphi_0=\pi/4$, leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi/T=\pi/8$ rad/s, kur T= 16 s - punkta svārstību periods.

1. No izteiksmēm (3) un (4) izriet, ka punkta harmoniskās svārstības ātrums un paātrinājums maksimālo vērtību sasniedz, ja

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \quad \text{un} \quad \sin(\omega t + \pi) = 1 .$$

Tāpēc

$$v_{max} = \omega A = \frac{3{,}14}{8} 0{,}1 m/s \approx 0{,}04 m/s$$

un

$$a_{max} = \omega^2 A = \frac{3{,}14^2}{64} 0{,}1 m/s^2 \approx 0{,}0154 m/s^2 .$$

2. Acīmredzot spēks, kas darbojas uz punktu, maksimāls ir tad, kad paātrinājums ir maksimāls. Tāpēc saskaņā ar otro Ņūtona likumu

$$F_{max} = m a_{max} = 0{,}016 kg \cdot 0{,}0154 m/s^2 = 2{,}46 \cdot 10^{-4} N .$$

3. Punkta pilno enerģiju aprēķina, izmantojot izteiksmi (21):

$$W = \frac{m\omega^2}{2} A^2 = \frac{0{,}016 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}01}{2 \cdot 64} = 1{,}23 \cdot 10^{-5} (J).$$

18. uzdevums. Aprēķināt harmoniskas svārstības amplitūdu B un sākuma fāzi φ_0, kura ir divu vienā virzienā vērstu svārstību

$$x_1 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(m) \quad \text{un} \quad x_2 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(m)$$

saskaitīšanas rezultāts.

R i s i n ā j u m s . Saskaitāmo svārstību amplitūdas un sākuma fāzes atbilstoši ir vienādas ar $A_1=A_2=A = 2$ m, $\varphi_{01} = \pi/2$ un $\varphi_{02}=\pi/4$.

Uzdevuma nosacījumi atbilst gadījumam, kad summējas divas viena virziena svārstības ar vienādām frekvencēm un amplitūdām, bet ar dažādām fāzēm (sk. 28. §). Tāpēc rezultējošās svārstības sākuma fāze atšķiras no saskaitāmo svārstību sākuma fāzēm par šo fāzu starpības pusi, t. i.,

$$\varphi_0 = \varphi_{02} + \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi/2 - \pi/4}{2} = \frac{3\pi}{8} rad = 67^o 30' .$$

Tad rezultējošās svārstības amplitūda

$$B = 2A\cos\frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = 2 \cdot 2 \cdot \cos\frac{\pi}{8} \approx 3{,}7 m .$$

19. uzdevums. Punkts vienlaikus piedalās divās savstarpēji perpendikulārās svārstībās, kuru vienādojumi ir šādi:

$$x = 2\sin\omega t \quad \text{un} \quad y = 4\cos\omega t\,.$$

Aprēķināt punkta trajektoriju.

R i s i n ā j u m s . Pārrakstām otrās svārstības vienādojumu šādi: $y = 4\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Tad kļūst redzams, ka uzdevuma nosacījumi atbilst divu savstarpēji perpendikulāru svārstību saskaitīšanai, kad tām ir vienādas frekvences un dažādas amplitūdas *(A_1 = 2* m un *A_2=4* m), bet sākuma fāzes atšķiras par π/2 (sk. 28. §). Tāpēc atbilstoši izteiksmei (8) punkts kustas pa elipsi, kurai ir vienādojums

$$\frac{x^2}{A_1^{\,2}} + \frac{y^2}{A_2^{\,2}} = 1$$

(sk. arī 49. att.). Elipses pusasis vienādas ar saskaitāmo svārstību amplitūdām, t. i., 2 un 4 m.

20. uzdevums. Pa elastīgu auklu izplatās šķērsvilnis ar ātrumu v=15 m/s. Auklas punktu svārstību periods *T*=1,2 s, svārstību amplitūda *A* = 0,02 m. Aprēķināt viļņa garumu λ, novirzi *x* un fāzi φ auklas punktam, kas laika momentā *t* = 4 s atrodas attālumā y = 45 m no svārstību avota.

R i s i n ā j u m s . Viļņa garumu aprēķina pēc formulas:

$$\lambda = vT = 15\,m/s \cdot 1{,}2\,s = 18\,m\,.$$

Dotā punkta fāzi un novirzi aprēķina no viļņa vienādojuma (25):

$$x = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right).$$

Tā kā fāzi nosaka izteiksme, kas veido sinusa funkcijas argumentu, tad

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{4}{1{,}2} - \frac{45}{18}\right) = 1{,}65\pi\,.$$

Tādā gadījumā

$$\begin{aligned} x &= A\sin\varphi = 0{,}02\sin 1{,}67\pi = 0{,}02\sin 301^{o} = \\ &= -0{,}02\sin 59^{o} = -0{,}017\,m\ (= -1{,}7\,cm). \end{aligned}$$

Mīnusa zīme rāda, ka dotajā laika momentā auklas punkts ir novirzījies uz leju no līdzsvara stāvokļa (sk. 58. att.).

KONTROLJAUTĀJUMI

102. Kādu kustību sauc par harmonisku svārstību?
103. Nosauciet fizikālos lielumus, kas raksturo harmonisko svārstību!
104. Ko sauc par svārstību amplitūdu?
105. Kādā laika intervālā harmoniskās svārstības fāze izmainās par 2π?
106. Materiāls punkts izdara harmonisku svārstību. Ar ko vienāda (pēc absolūtās vērtības) tā paātrinājuma un novirzes attiecība kādā laika momentā?
107. Materiāls punkts izdara harmonisku svārstību. Cik liela ir fāzu starpība starp tā paātrinājuma un ātruma harmoniskajām svārstībām?
108. Ķermenis izdara harmonisku svārstību, kuru apraksta vienādojums $x = 4\sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(m)$. Cik liela ir svārstības amplitūda un periods?
109. Divas harmoniskas svārstības summējoties savstarpēji dzēšas. Raksturojiet šo svārstību virzienus, amplitūdas, frekvences un fāzes!
110. Ķermenis, vienlaikus piedaloties divās harmoniskās svārstībās, kustas pa riņķa līniju. Raksturojiet šīs svārstības!
111. Cik liels ir svārsta paātrinājums tajā brīdī, kad tā ātrumam ir maksimālā vērtība? Kādā svārsta stāvoklī tas notiek?
112. Kāda ir svārsta kustības perioda atkarība no amplitūdas, ja tā ir maza?
113. Kādu spēku sauc par atgriezējspēku?

114. Ko sauc par matemātisko svārstu?
115. Kāda ir harmoniskas svārstības pilnās enerģijas attiecība pret tās atgriezējspēka maksimālo vērtību?
116. Ko sauc par uzspiedējspēku?
117. Kā sauc uzspiestas svārstības amplitūdas straujas pieaugšanas parādību? Kādi nosacījumi to rada?
118. Ko sauc par pašierosmes svārstību sistēmu? Miniet piemērus!
119. Pulkstenis ar svārstu Ļeņingradā iet precīzi. Kāda būs pulksteņa gaita Kijevā -tas ies ātrāk vai lēnāk?
120. Ko sauc par vilni?
121. Definējiet šķērsvilni un garenvilni!
122. Ko sauc par viļņa garumu?
123. Definējiet viļņa intensitāti!
124. Kādus viļņus sauc par koherentiem?
125. Ko sauc par viļņu (vai staru) gājumu diferenci?
126. Cik liels ir viļņa garums, ja vides punktā, kas atrodas 5 cm attālumā no svārstību avota, laika momentā $t = \frac{T}{4}$ (kur *T* - viļņa periods) novirze vienāda ar amplitūdas pusi?
127. Divu vienādu pretēji vērstu 20 cm garu viļņu interferences rezultātā radies stāvvilnis. Cik liels ir attālums starp tā tuvākajiem mezgliem?
128. Kādos telpas punktos, diviem viļņiem interferējot, rodas maksimāla svārstību pastiprināšanās?
129. Ko sauc par viļņa fronti? Kāda ir tās forma punktveida svārstību avotam homogēnā vidē?
130. Kāds ir skaņas viļņu frekvenču diapazons?
131. Vai skaņa var izplatīties vakuumā?
132. Ko sauc par dzirdamības slieksni?
133. Kāds ir jūras dziļums, ja, mērot to ar ultraskaņas eholotu, laika intervāls starp ultraskaņas signāla noraidīšanu un tā atbalss saņemšanu ir 4 s? Ultraskaņas ātrums ūdenī 1450 m/s.